Reduca (Geología). Serie Geología Estructural. 2 (1): 41-56, 2010.
ISSN: 1989-6557

Problemas de Geología Estructural
4. Proyección polar de un plano. Proyección π

Rosa Blanca Babín Vich[1]. David Gómez Ortiz[2].

[1]Departamento de Geodinámica. Facultad de Ciencias Geológicas.
Universidad Complutense de Madrid. José Antonio Novais, s/n. 28040-Madrid.
rosbabin@geo.ucm.es
[2]Área de Geología-ESCET. Universidad Rey Juan Carlos. Tulipán, s/n. 28933-Móstoles.
david.gomez@urjc.es

Resumen: la representación estereográfica de planos puede llevarse a cabo también si se proyecta únicamente el polo del plano en lugar de su intersección con la esfera de proyección (ciclográfica), de manera que se simplifica de manera importante la representación de grandes volúmenes de datos, facilitando así su interpretación. También es esencial para resolver algunos problemas como la obtención del ángulo entre dos planos.

Palabras clave: polo de un plano. Diagrama de polos. Proyección π.

INTRODUCCIÓN

Con el estudio de los artículos anteriores (Babín y Gómez, 2010 a, b y c), y la repetición de los problemas ya resueltos, el alumno debe haber aprendido a visualizar y proyectar líneas y planos en el espacio mediante proyección estereográfica. Ahora vamos a introducir un nuevo concepto, polo de un plano o proyección polar de un plano, que va a ser muy útil para calcular ángulos entre estructuras.

Una vez comprendido el concepto de polo de un plano y su proyección, veremos que cualquier estructura puede ser girada fácilmente en el espacio, y cambiada de orientación en una falsilla de proyección. Tanto la proyección polar de planos como las rotaciones en el espacio, nos permiten resolver muchos problemas prácticos en Geología Estructural.

CONCEPTO DE POLO DE UN PLANO

Cuando en un estereograma aparecen gran cantidad de círculos mayores correspondientes a proyecciones β de planos, es difícil hacer una lectura y posterior

ISSN: 1989-6557

interpretación, ya que las trazas de los diferentes planos se cruzan entre si y son difíciles de separar e identificar.

Afortunadamente, es posible representar la orientación de un plano mediante la normal a ese plano (Fig. 1). La normal es la línea perpendicular al plano y por tanto se proyecta como un punto que recibe el nombre de polo del plano y por definición, se sitúa a 90º del centro del círculo mayor que representa al plano.

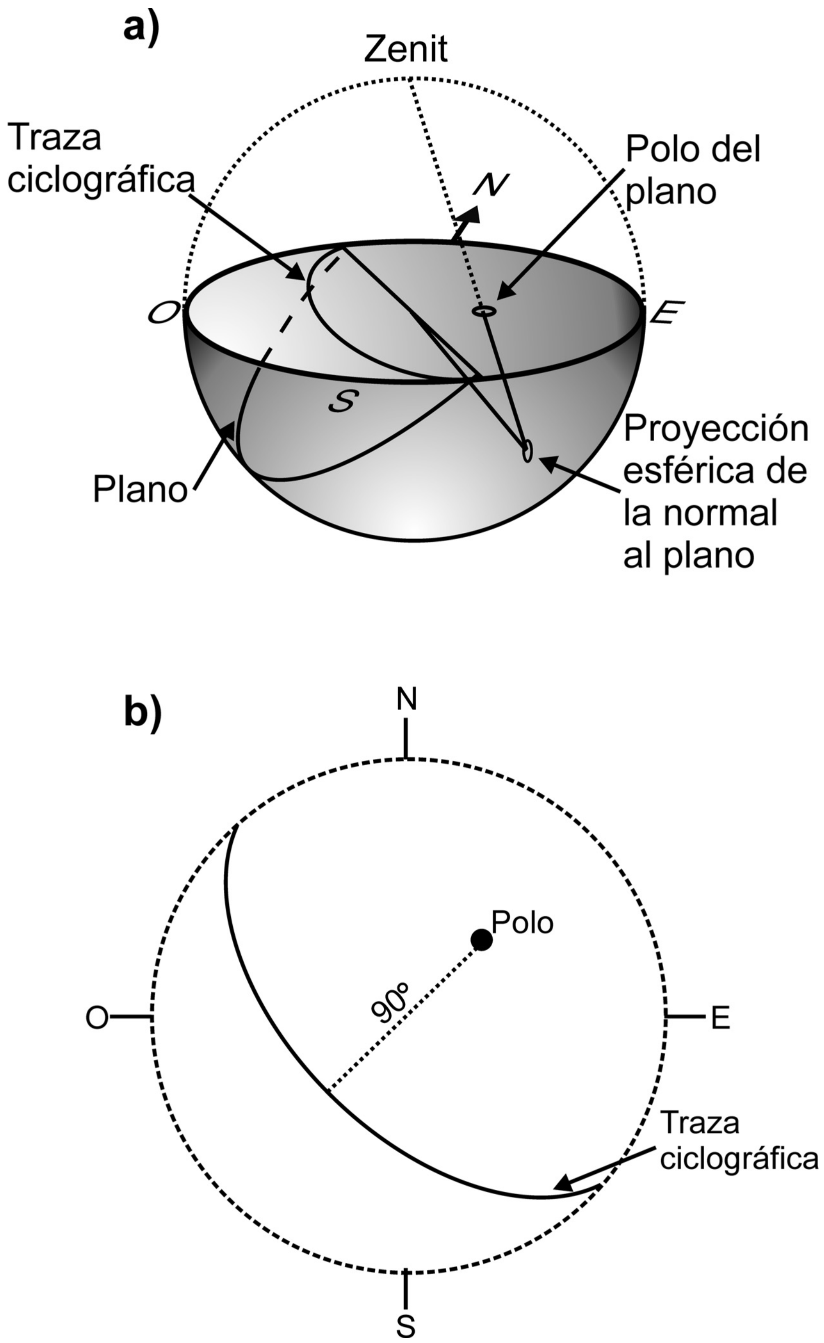

Figura 1. a) Proyección en el hemisferio inferior de la esfera, de un plano y su polar. b) Estereograma del plano anterior y de su polo.

En la proyección esférica de la figura 1 A, se observa la relación entre la proyección ciclográfica del plano (representada por un círculo mayor) y su normal (representada por un punto). Este corresponde al punto de corte del hemisferio inferior de la esfera con la línea de esa orientación que pasa por su centro, y que es perpendicular al plano. El estereograma de la figura 1 B, muestra la relación ortogonal del plano y su polo.

La distancia del polo al centro de la primitiva es $r \cdot \tan(\beta/2)$ siendo β el buzamiento del plano y r el radio del estereograma. Cada plano tiene una única normal que se proyecta como un único punto en la proyección, por tanto podemos representar la orientación de cualquier plano mediante su polo. Los diagramas que representan polos de planos se conocen como diagramas π o diagramas de polos.

La relación de perpendicularidad entre normal y plano ha de ser recordada siempre. Esto significa que si el plano tiene un buzamiento de 20º, su línea perpendicular (la normal al plano) tendrá una inmersión de 90-20 = 70º. La normal de un plano vertical será una línea horizontal que se proyectará sobre la circunferencia primitiva. La normal de una superficie horizontal será una línea vertical, por tanto el polo se proyectará en el centro de la falsilla. Las relaciones ortogonales plano/normal significan que la dirección de la normal está a 90º de la dirección del plano, en el sentido opuesto al buzamiento del plano.

MÉTODO PARA PROYECTAR EL POLO DE UN PLANO

Conocemos la orientación de un plano definido mediante dirección y buzamiento, y vamos a proyectar este plano tanto en proyección ciclográfica como polar, para visualizar las relaciones entre los dos tipos de proyección. El plano es, por ejemplo, N40ºE-30ºS.

En primer lugar y como es costumbre, marcar la dirección del plano en la primitiva y girar el transparente hasta que esta marca esté situada sobre el diámetro N-S de la falsilla. Podemos dibujar el círculo mayor correspondiente (proyección ciclográfica) en primer lugar, como ya sabemos (Fig. 2).

En esta misma posición, (dirección del plano sobre el diámetro N –S de la falsilla), el polo vendrá representado por la perpendicular al plano, situada sobre el diámetro E-O. Contamos desde el centro de la falsilla y en sentido contrario al buzamiento del plano el valor del ángulo de buzamiento, y este punto representa el polo (P), o bien, desde la primitiva hacia dentro el ángulo complementario al valor del buzamiento (ángulo de inmersión del polo, en este caso 60º, ya que 90º-30º = 60º) y obtenemos el mismo punto anterior. Para comprobar que efectivamente esta línea es perpendicular al plano, contamos sobre el diámetro E-O el ángulo entre el plano y su polo, y efectivamente es de 90º. La forma más rápida para dibujar directamente el polo, una vez colocada la dirección del plano sobre el diámetro N-S de la falsilla, es contar el

ISSN: 1989-6557

buzamiento del plano desde la chincheta hacia la primitiva, en sentido contrario al del buzamiento del plano.

Una vez conocido el concepto de polo del plano, podemos resolver una serie de problemas que explicamos a continuación.

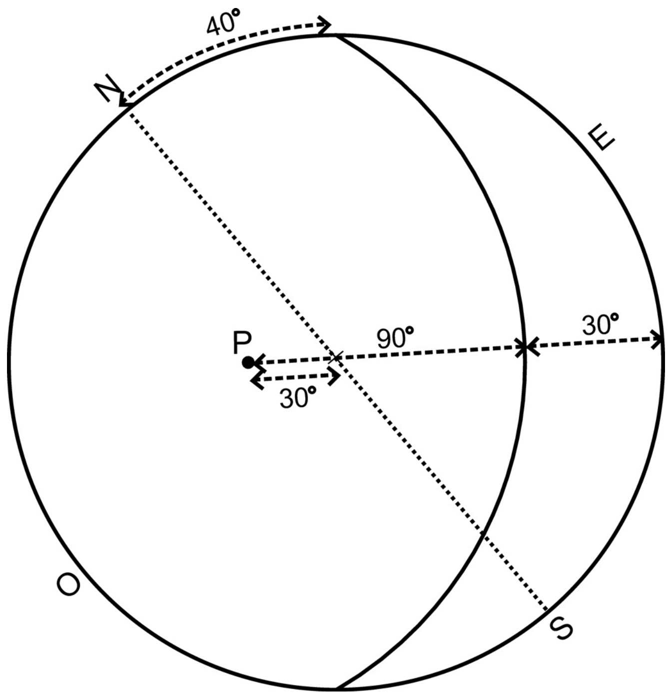

Figura 2. Proyección de un plano mediante un círculo mayor (ciclográfica) y su normal (polar).

MEDIDAS DE ÁNGULOS ENTRE LÍNEAS Y PLANOS

Medida del ángulo diedro entre dos planos

Un ángulo diedro es el ángulo formado por dos planos que se cortan, medido en un tercer plano que es perpendicular a los anteriores (Fig. 3). Se puede medir fácilmente mediante el ángulo entre los polos de los planos en un estereograma, o bien dibujando el plano perpendicular a la línea de corte de los dos planos, que es el plano perpendicular a los dos planos y contiene ambos polos. Como los polos son líneas, el ángulo entre dos líneas se mide en el plano que las contiene, por tanto, en el estereograma, el ángulo entre los dos polos se mide a lo largo del círculo mayor en el cual están contenidos.

En muchos casos, el ángulo diedro se especifica como un ángulo agudo (Ej.: entre diaclasas conjugadas), pero no siempre es así, ya que el ángulo buscado puede ser mayor de 90º (Ej.: ángulo entre un dique y una superficie de estratificación).

Caso especial es la medida del ángulo interlimbo (ángulo formado por los dos flancos de un pliegue), en ocasiones no muy claro. El estereograma ofrece dos posibles ángulos, uno agudo y otro obtuso. El problema principal es que no siempre es obvio cual

ISSN: 1989-6557

de los dos ángulos es el idóneo si no conocemos suficientes datos acerca del pliegue. En el capítulo de pliegues (Babín y Gómez, 2010 d) intentaremos resolver este problema.

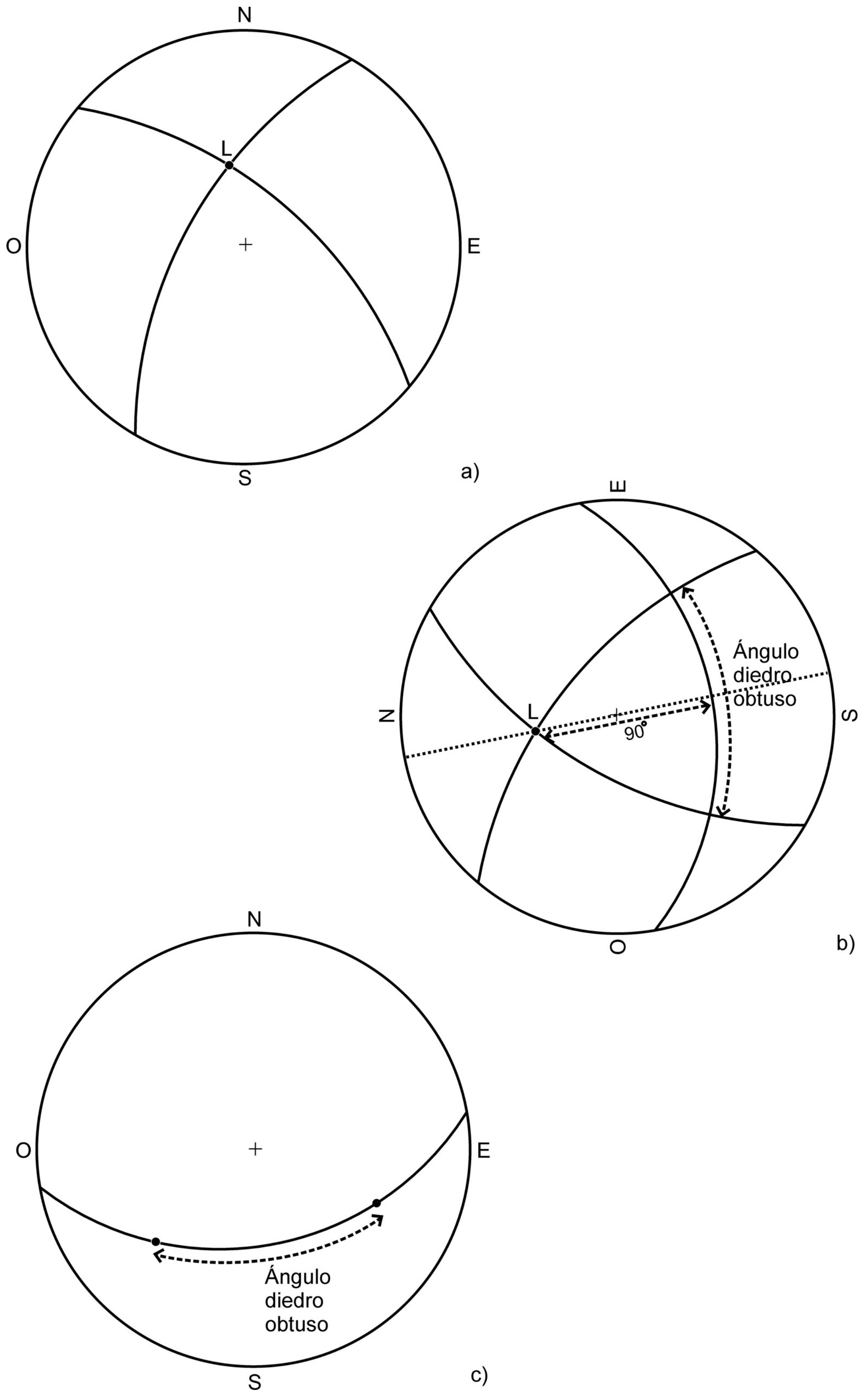

Figura 3. Medida del ángulo entre dos planos, utilizando la proyección ciclográfica (a, b) y polar (c).

- **Medida usando círculos mayores (proyección ciclográfica)**

  - ✓ Proyectar ambos planos como círculos mayores a partir de sus orientaciones.

  - ✓ La línea de intersección (L) de estos dos planos, corresponde al punto de intersección de los círculos mayores (Fig. 3 A).

  - ✓ Dibujar el plano perpendicular a esta línea. Es el plano cuyo polo es la línea de intersección, por tanto es el plano perpendicular a los dos planos anteriores. (Fig. 3 B).

  - ✓ Medir en este tercer plano el ángulo diedro.

  Tener en cuenta que existen dos posibilidades. En la Figura 3 B se observa que hay un ángulo agudo y otro obtuso entre los dos planos. La suma de ambos es 180º.

  Si se mide el ángulo en otro plano que no es perpendicular a los anteriores, el resultado obtenido es distinto y no corresponde al verdadero valor del ángulo diedro.

- **Medida usando polos de planos (proyección polar)**

  Este método se basa en el hecho de que el ángulo diedro entre dos planos es igual al ángulo formado por las normales a estos planos.

  - ✓ Proyectar los dos planos anteriores mediante sus polos.

  - ✓ Mover el transparente hasta que los dos polos coincidan en un círculo mayor.

  - ✓ Dibujar el círculo y medir el ángulo entre los polos (agudo y obtuso) (Fig. 3 C).

- **Medida del ángulo entre un plano y una línea**

  El ángulo entre una línea y un plano es el mismo que el formado por la línea y la perpendicular al plano (normal o polo del plano). Este ángulo se mide (Fig. 4) en un segundo plano que contiene la línea y la perpendicular al plano. En proyección estereográfica, el ángulo entre una línea y un plano se mide en el círculo mayor que contiene a la línea (L) y al polo del plano (P).

Cálculo del plano bisector del ángulo entre dos planos

El plano bisector del ángulo entre dos planos, es aquel que contiene a la línea de intersección de los dos planos y a la línea que bisecta el ángulo diedro formado por los dos planos. En el caso de algunos pliegues angulares (kinks, chevron,.etc.) es razonable asumir que el plano que bisecta el ángulo entre los dos flancos del pliegue y contiene a la línea de charnela, es el plano axial del pliegue.

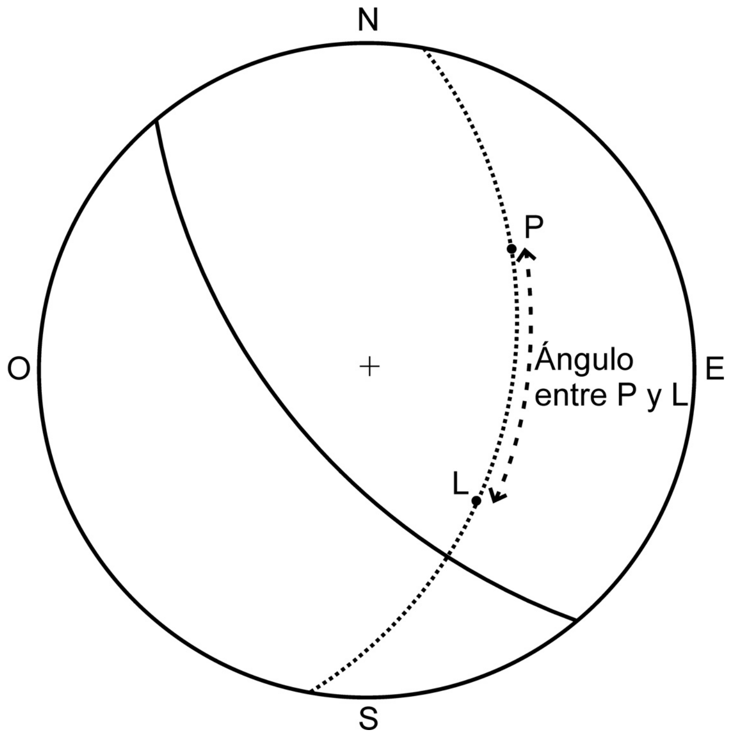

Figura 4. Medida del ángulo entre un plano de orientación conocida y una línea L.

- **Cálculo utilizando círculos mayores (proyección ciclográfica)**

Partimos de dos planos cuyas orientaciones son: 095º-60ºN y 330º-30ºSO. El método a seguir es el que se explica a continuación (Fig. 5).

✓ Proyectar ambos planos como círculos mayores. Su punto de corte define la línea de intersección de los planos L, cuya orientación es: 288º/21º.

✓ Dibujar el plano perpendicular a la línea de intersección.

✓ Contar en este plano el ángulo que forman los dos planos y hallar su punto medio (A).

✓ Dibujar el plano que contiene la línea de intersección L y el punto medio del ángulo A. Este plano será bisector del ángulo entre los planos, bien del agudo o del obtuso, según el que se haya elegido.

En la figura 5, el plano bisector elegido es el correspondiente al ángulo obtuso (100º) y su orientación es 115º-74ºSO. El punto medio correspondiente al ángulo agudo es el punto B. Uniendo B y L podemos dibujar el plano bisector correspondiente al ángulo agudo.

Comprobar que los planos bisectores de los ángulos agudo y obtuso, son perpendiculares entre sí.

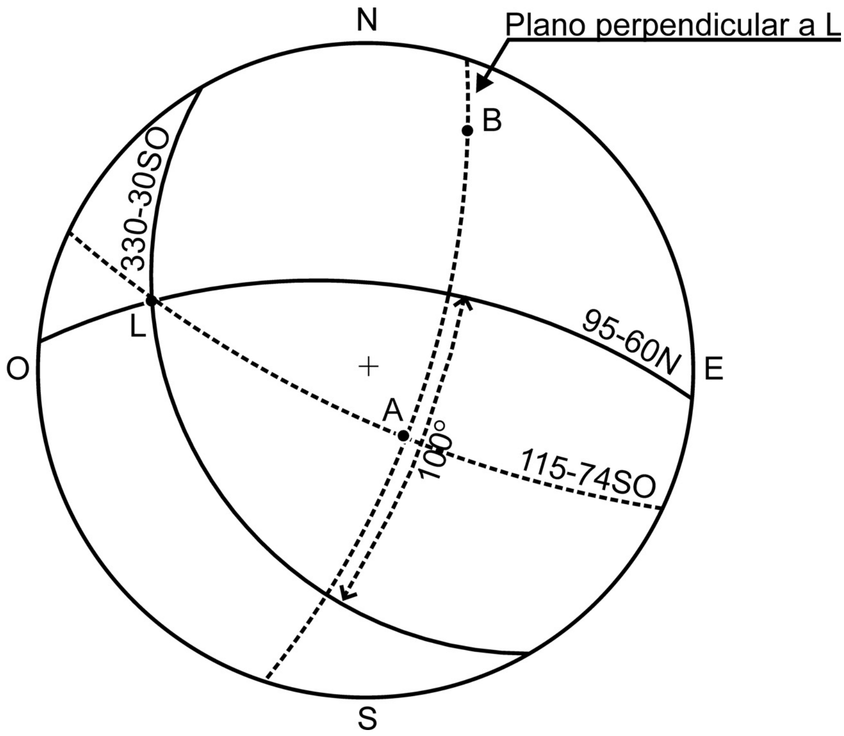

Figura 5. Cálculo de la orientación del plano bisector entre dos planos conocidos, utilizando la proyección ciclográfica.

- **Cálculo utilizando los polos (proyección polar)**

  ✓ Proyectar los polos de los planos (P1 y P2) (Fig. 6).

  ✓ Dibujar el círculo mayor que contiene a los dos polos.

  ✓ La línea de corte de los dos planos (L), corresponde al polo del plano que contiene a los dos polos anteriores.

  ✓ Contar los ángulos ente polos y hallar sus puntos medios respectivos (A y B). Trazando el círculo mayor que contiene la línea de corte y cada uno de los puntos medios, obtenemos los planos bisectores agudo y obtuso.

CONCLUSIONES

Es posible proyectar cualquier plano en proyección estereográfica mediante un punto que representa su normal (línea perpendicular al plano). Este hecho es especialmente importante cuando se trabaja con un número elevado de planos y en aquellos casos en los que es necesario conocer valores angulares entre planos, líneas o planos y líneas. La mecánica de estos problemas es sencilla y rápida como se ha visto, por ello es la proyección más utilizada por los geólogos estructurales para la resolución de casos semejantes.

ISSN: 1989-6557

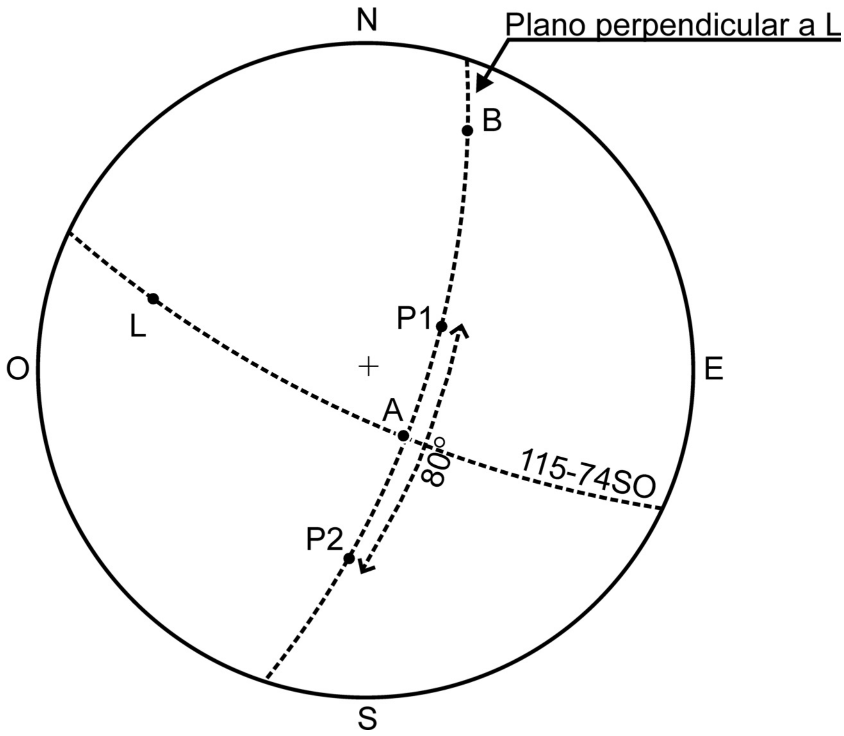

Figura 6. Cálculo de la orientación del plano bisector entre dos planos conocidos, mediante proyección polar.

PROBLEMAS

Problema 1

Proyectar mediante proyección ciclográfica y polar, las siguientes orientaciones correspondientes a superficies de estratificación (Fig. 7).

a) 360º-40ºE; b) N90ºE-26ºS; c) 045º-90º; d) horizontal.

- Marcar la dirección dada en la primitiva y hacerla coincidir con el diámetro N-S de la falsilla. Contar el buzamiento desde la primitiva hacia el centro, sobre el diámetro E-O. Dibujar el círculo mayor correspondiente.

- Sin mover el transparente, con la dirección del plano sobre el diámetro N-S, contar sobre el diámetro E-O el ángulo de buzamiento, desde el centro y en dirección opuesta al sentido de buzamiento del plano. Colocar el polo del plano en ese lugar.

- Comprobar que el polo tiene un ángulo de inmersión cuyo valor es complementario al de buzamiento.

- Comprobar que el plano y su polo están a 90º uno de otro, contando el ángulo entre ellos a lo largo del diámetro E-O de la falsilla.

- Comprobar que la dirección de la línea (polo) está a 90º de la dirección del plano.

Seguiremos el mismo procedimiento para proyectar cualquiera de los datos del problema. Todos ellos se pueden proyectar en una misma hoja, visualizando la orientación de cada uno en el espacio.

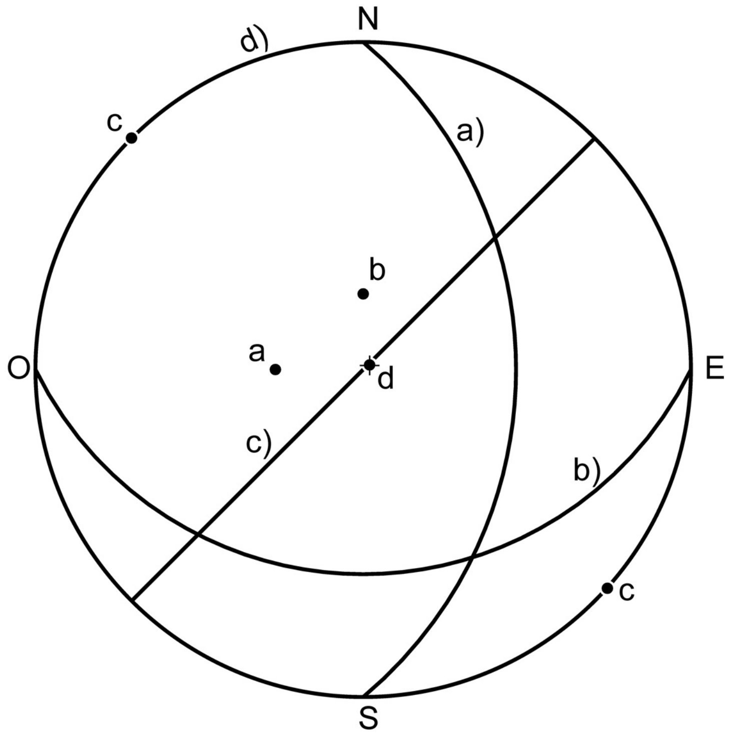

Figura 7. Resolución del problema 1. Ver texto para su explicación.

Problema 2

Dados dos planos con orientaciones N30ºE-30ºSE y 20º/250º, hallar la orientación de su línea de intersección, dando el valor de la inmersión y de los ángulos de cabeceo sobre cada uno de los planos.

Visualizar el problema (Fig. 8). La línea de intersección de los dos planos (L), si estos se representan en proyección ciclográfica, será el punto en la proyección donde se cortan los dos círculos mayores. Si la representación es en proyección polar, la línea buscada será el polo del plano que une los polos de los planos dados.

- En este caso, dado que el problema nos pide los valores de los ángulos de cabeceo, lo resolveremos mediante círculos mayores para hacer la medida directamente.

- Dibujar los círculos mayores para cada uno de los planos.

- La línea de intersección se lleva a un diámetro vertical, y en él se mide la dirección e inmersión de la línea, 189º/11º.

- Se coloca cada uno de los planos alternativamente sobre un círculo mayor, y se mide según los círculos menores el valor correspondiente al ángulo de cabeceo de la línea sobre cada uno de los planos, 21ºS y 34ºS.

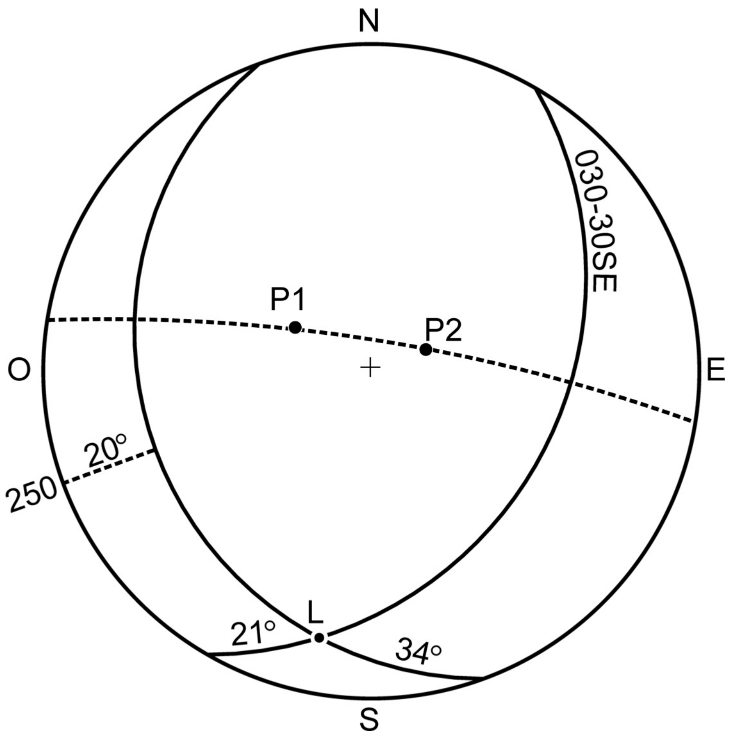

Figura 8. Estereograma correspondiente al problema 2. Ver texto para su explicación.

Problema 3

Utilizando los datos del problema anterior, calcular el valor del ángulo que forman entre si los dos planos y la orientación del plano bisector de dicho ángulo.

Utilizar un nuevo papel transparente y proyectar nuevamente los dos planos anteriores, bien mediante sus círculos mayores o mediante sus polos.

Si hemos proyectado los círculos mayores (Fig. 9 A):

- Dibujar el plano perpendicular a estos dos planos, colocando la línea de intersección sobre el diámetro E-O de la falsilla.

- Contar a lo largo de este nuevo plano, los valores correspondientes a los ángulos agudo y obtuso, 56º y 134º. Hallar y marcar el punto medio de cada uno de ellos (puntos A y B).

- Trazar los planos que contienen respectivamente a la línea de intersección y a cada uno de los puntos medios del ángulo elegido. Estos nuevos planos representan los planos bisectores agudo y obtuso.

- Leer las orientaciones correspondientes a estos planos bisectores, que son 010º-84ºO y 080º-11ºS.

Si hemos representado los planos en proyección polar (Fig. 9B):

- Dibujar el plano que contiene los dos polos. Este plano es perpendicular a los dos planos anteriores.

- Contar a lo largo de este plano los valores correspondientes a los ángulos agudo y obtuso. Marcar los puntos medios de dichos ángulos (A y B).

- Dibujar la posición del polo de este plano. Corresponde a la línea de intersección de los dos planos anteriores (L).

Los planos bisectores pedidos serán aquellos que contienen a la línea de intersección y a cada uno de los dos puntos medios.

Observar que en este tipo de problemas, siempre que no haya más datos, existirán dos soluciones, sin que podamos decidir cuál de ellas es la válida. En el caso de que hayamos resuelto el problema en dos transparentes distintos, colocar uno sobre otro y estudiar la relación entre polos y planos.

Problema 4

Calcular el valor del ángulo formado entre el plano de orientación 224º/36 y la lineación mineral 010º/26º.

Como ya se ha explicado anteriormente, el valor del ángulo formado entre un plano y una línea, es el mismo que el formado entre la línea y el polo del plano. El proceso a seguir se detalla a continuación (Fig. 10).

- Proyectar la línea en el transparente (L).

- Proyectar el polo del plano (P1).

- Dibujar el círculo mayor que contiene el polo del plano y la línea.

- Contar el valor del ángulo a lo largo de este círculo mayor, utilizando los círculos menores. En la figura se ha calculado el valor correspondiente al ángulo agudo, que es de 37º.

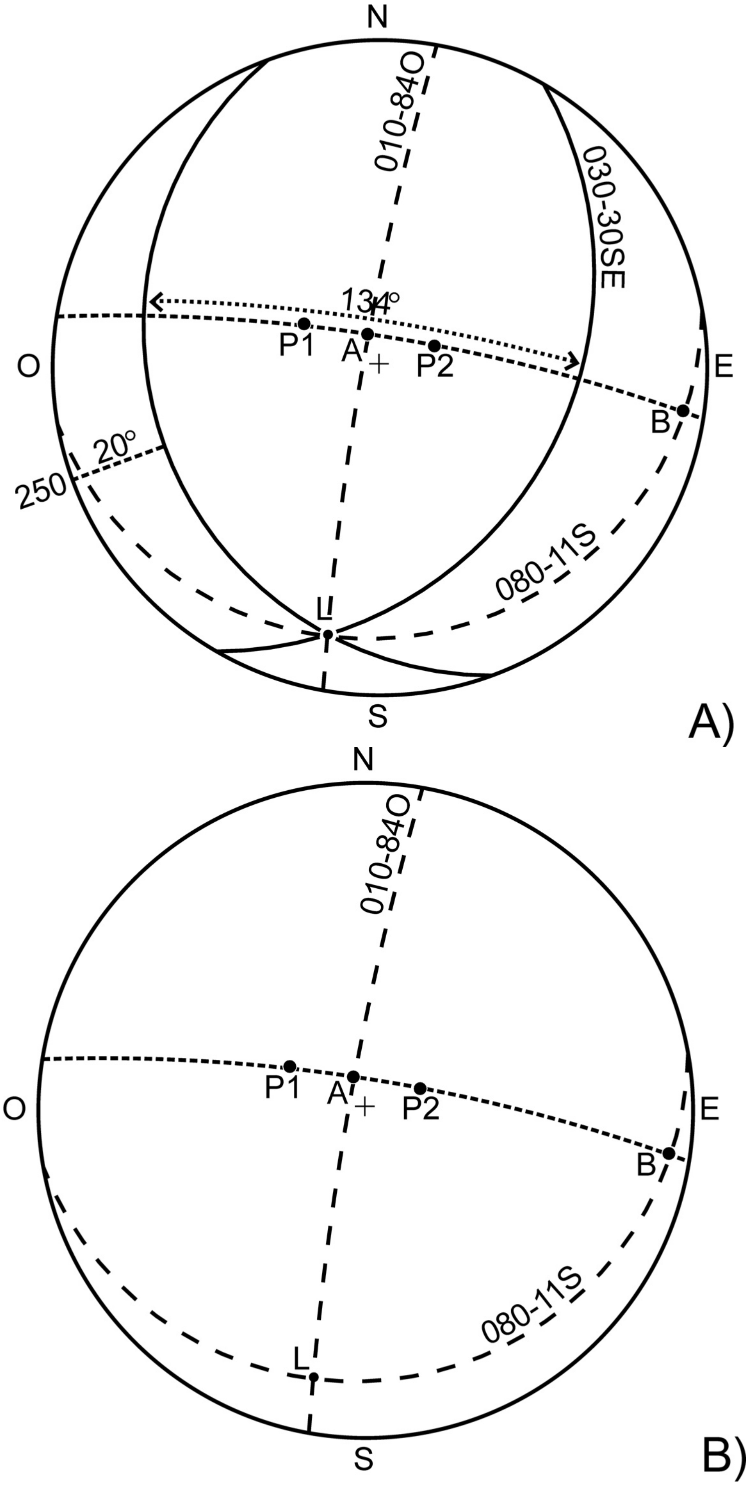

Figura 9. Estereograma correspondiente al problema 3. A) mediante proyección ortográfica. B) mediante proyección polar.

ISSN: 1989-6557

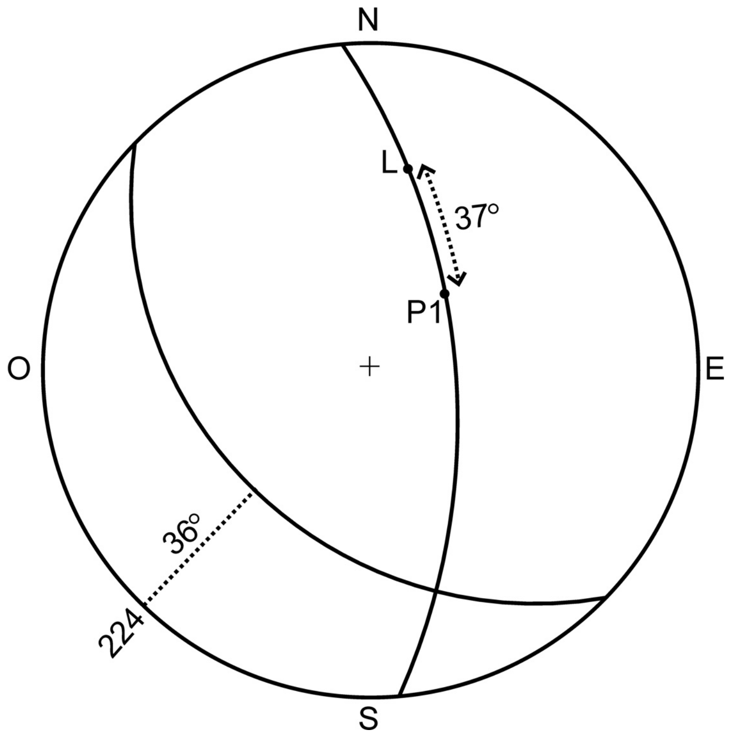

Figura 10. Resolución del problema 4. Ver texto para su explicación.

Problema 5

Un plano de falla de orientación N16ºE-32ºSE, muestra unas estrías de deslizamiento con un ángulo de cabeceo de 30ºN. En el mismo plano aparece un conjunto de escalones con dirección 150º. Orientar ambas líneas mediante dirección e inmersión y calcular el ángulo que forman medido sobre el plano de falla, así como los ángulos entre el plano de falla y cada una de las líneas.

- Proyectar el plano de falla mediante su círculo mayor correspondiente.

- Colocar en este plano la línea correspondiente a las estrías, contando desde el norte el ángulo de cabeceo.

- Llevar la dirección 150º sobre un diámetro vertical de la falsilla y colocar la posición de los escalones dentro del plano de falla.

En este momento, ya están proyectados todos los elementos del problema (Fig. 11). A partir de aquí, vamos obteniendo las soluciones.

- Colocamos cada una de las líneas sobre un plano vertical de la falsilla, y medimos el ángulo de inmersión. En el caso de las estrías medimos su dirección sobre la primitiva que es 042º y su inmersión, 16º. La inmersión correspondiente a los escalones es de 24º según los 150º.

- Proyectamos el polo del plano de falla (F) y dibujamos el plano que contiene este polo y las estrías y el plano que contiene el mismo polo y los escalones. En cada uno de estos planos medimos el ángulo entre el plano de falla y estrías / escalones y resulta ser de 90º en ambos casos.

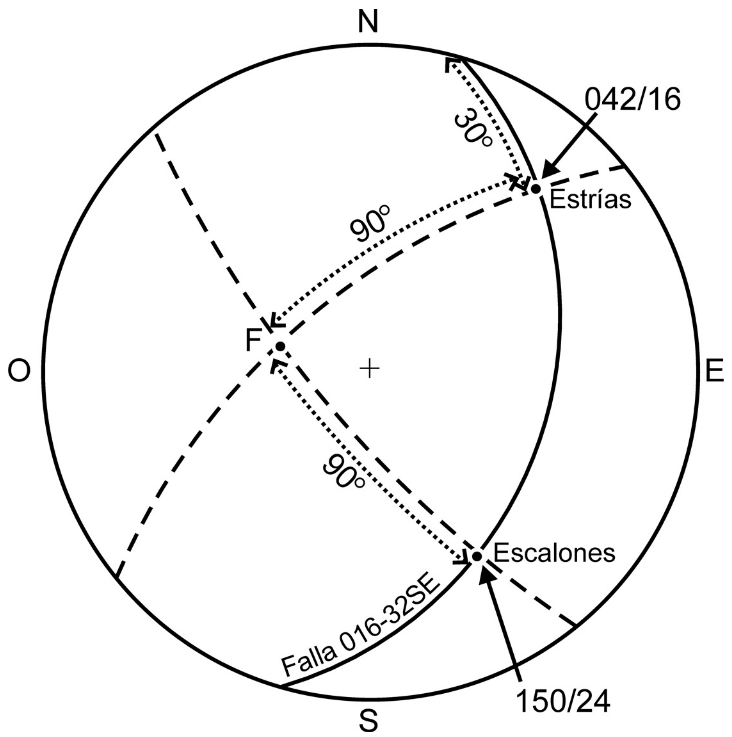

Figura 11. Estereograma correspondiente al problema 5. Ver texto para su explicación.

BIBLIOGRAFÍA

Babín Vich, R. B. y Gómez Ortiz, D. 2010 a. Problemas de Geología Estructural. 1. Conceptos generales. *Reduca (Geología). Serie Geología Estructural*, 2 (1): 1-10.

Babín Vich, R. B. y Gómez Ortiz, D. 2010 b. Problemas de Geología Estructural. 2. Orientación y proyección de planos en el espacio. *Reduca (Geología). Serie Geología Estructural*, 2 (1): 11-23.

Babín Vich, R. B. y Gómez Ortiz, D. 2010 c. Problemas de Geología Estructural. 3. Orientación y proyección de líneas en el espacio. *Reduca (Geología). Serie Geología Estructural*, 2 (1): 24-40.

Babín Vich, R. B. y Gómez Ortiz, D. 2010 d. Problemas de Geología Estructural. 7. Pliegues. *Reduca (Geología). Serie Geología Estructural*, 2 (1): 95-123, 2010.

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA

Davis, G. H. 1984. Structural Geology of rocks and Regions. Wiley & Sons. 492 pp.

Lheyson, P. R.; Lisle, R. J. 1996. Stereographic projection techniques in Structural Geology. Butterworth-Heinemann Ltd. Oxford. 104 pp.

Marshak, S & Mitra, G. 1982. Basic methods of structural geology. Prentice & Hall. 446 pp.

Phillips, F. C. 1971. The use of stereographic projection in Structural Geology. Edward Arnol. London. 90 pp.

Ragan, D. M. 1987. Geología Estructural. Ed. Omega. Barcelona. 210 pp.

Turner, F. & Weiss, L.R. 1963. Structural analysis of metamorphic tectonites. McGraw Hill. New York. 545 pp.

Recibido: 18 noviembre 2009.
Aceptado: 22 diciembre 2009.